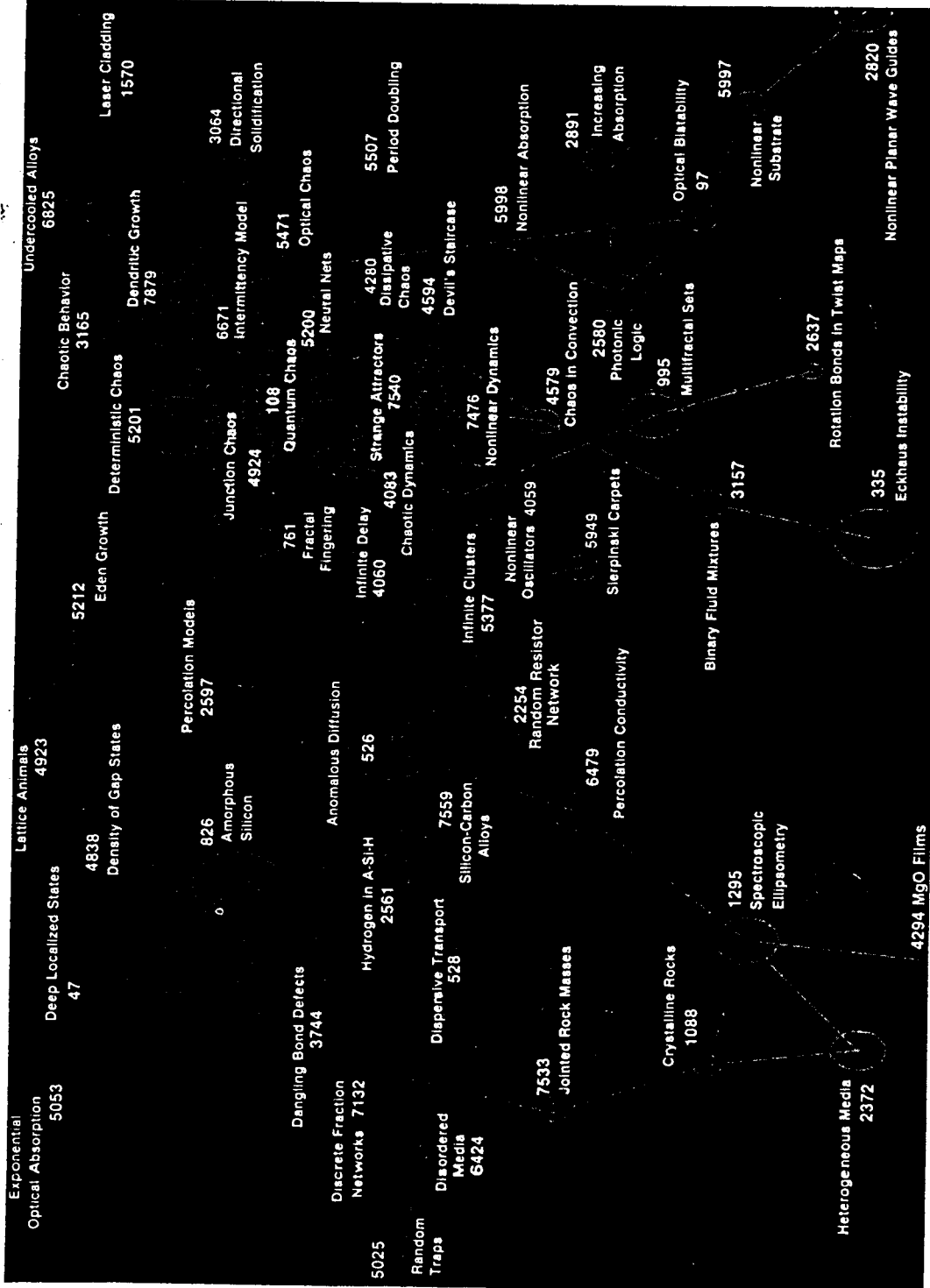


MATEMÁTICAS



**¿Así que esto es el caos!**, ironiza la revista norteamericana *The Scientist* frente a este mapa de los distintos frentes de investigación de la disciplina, construido mediante un algoritmo multidimensional. Cada círculo representa un frente y su tamaño está en función del número de artículos a que ha dado lugar en la prensa científica durante 1987. La mayor o menor proximidad de los círculos indica lo que tienen en común los frentes. El centro del caos está claramente en el área *Strange attractors* (atrayentes extraños), con 7.540 artículos reseñados (en el cuarto superior derecho del gráfico). A medida que se alejan del centro, las áreas se hacen menos teóricas.

# Un modelo de la biología

V. F. / P. V.  
Entre los modelos más realistas de fenómenos naturales, la mayoría tiene características análogas al modelo que da lugar al mar de crestas. Y es así: el tiempo meteorológico no se puede predecir para más de un par de días. La limitación de la capacidad de predecir se llama caos.

Naturalmente, la ciencia empieza a hacer preguntas: ¿por qué en un modelo la predicción es simple (sin crestas) y en el otro, muy parecido al anterior, tiene muchas crestas? ¿Dónde está la transición de la predictibilidad al caos? Estas preguntas, que tienen su interés matemático, también se aplican a fenómenos naturales (descritos por ecuaciones matemáticas), como ya hemos visto. Las investigaciones tienen a menudo carácter interdisciplinario.

## La opinión de Laplace

En la época de la razón y de las luces el matemático Laplace escribió: "Una mente que en un instante conociera todas las fuerzas y todas las condiciones iniciales de los objetos del universo (...) para aquella mente nada sería inseguro y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos". Hoy pensamos que no es así, porque no podemos medir "las fuerzas y las condiciones iniciales" con infinita precisión.

La implicación filosófica es, incluso si fuera cierto que se conocieran todas las leyes matemáticas que rigen el mundo, que aquello no implica que todo sería

# Un mundo caótico

Las matemáticas demuestran que es imposible la certeza en la predicción

# Un mundo caótico

Las matemáticas demuestran que es imposible la certeza en la predicción

VICTORIA FONSECA/  
PEDRO VEERMAN

¿Por qué en la página de la predicción del tiempo meteorológico en este periódico sólo vemos la de hoy y la de mañana? Si estamos en un bar con muchos fumadores, ¿por qué es imposible decir de quién procede el humo que llega a nuestra mesa cuando alguien abre la puerta? El secreto está en la irregularidad de estos fenómenos.

"Si hubiera salido sólo 30 segundos más tarde de mi casa no habría podido coger el tren a Barcelona. Tendría que haber estado un día entero". En la vida diaria, acontecimientos aparentemente sin importancia pueden tener consecuencias muy grandes. Estos pequeños sucesos ocurren con frecuencia y hacen imposible que se pueda predecir el futuro.

En la última década se ha desarrollado la formulación matemática y el conocimiento físico necesario para estudiar precisamente esta falta de nuestra capacidad de predecir. La rama de la ciencia que estudia estos hechos se denomina "sistemas dinámicos", o, más popularmente, caos. Algunos dicen que supone una revolución. La ciencia vuelve de la esfera de la abstracción, sólo accesible a los entendidos (teoremas, postulados), a la vida cotidiana. En un entorno más académico, es la primera vez que una disciplina fundamentalmente procedente de la matemática y de la física tiene pretensiones tan dispares.

Existen numerosos estudios aplicados a un gran número de fenómenos, tales como el comportamiento del cerebro (estudio de encefalogramas), el flujo de

tráfico en las carreteras los fines de semana, las fluctuaciones de los valores de la Bolsa, la cuestión de si la Tierra, en un futuro lejano, terminará cayendo sobre el Sol o no, por mencionar algunos ejemplos.

Con el estudio de sistemas dinámicos se estudia la matemática de la predicción. Conviene decir que se estudian aquellos fenómenos naturales cuyo comportamiento se puede describir con ecuaciones matemáticas. El objeto directo de las investigaciones son las ecuaciones matemáticas, que no es lo mismo que estudiar el fenómeno real. En el lenguaje científico se habla de procesos determinísticos.

Esto quiere decir que a partir del estado actual del proceso en estudio se puede calcular con toda seguridad el estado en un

futuro cercano a través de una ecuación matemática. (Un proceso se llama probabilístico cuando sólo se puede calcular la probabilidad de estar en cierto estado; como tirar una moneda al aire y ver qué ha salido: cara o cruz.) El problema fundamental es hacer una predicción del estado futuro de un sistema a partir del conocimiento del estado del sistema en un tiempo anterior (estado inicial).

A primera vista parece fácil, pero no es así, porque interfiere un fenómeno fundamental que se llama crecimiento de errores de la medida; este fenómeno es el responsable de nuestra incapacidad de hacer predicciones a largo plazo. Esta limitación natural de nuestra capacidad de predicción se denomina caos.

Uno de los modelos estudia-

dos más sencillos procede de la biología de poblaciones. Se estudia la relación entre el tamaño de una población de individuos en un entorno y la cantidad de comida disponible.

El modelo consiste en una simple expresión matemática que por interacción convierte el tamaño de una población en el que tendrá más tarde.

La característica del modelo es que poblaciones muy pequeñas pueden crecer por la amplia disponibilidad de comida, pero poblaciones muy grandes corren el riesgo de desaparecer porque ningún individuo logra suficiente comida para sobrevivir. En un gráfico, el modelo tiene la forma de una sola cresta. Hay numerosas variaciones del modelo que dan crestas de distintas alturas. La predicción del futuro inmediato es fácil con cualquiera de estos modelos.

## Largo plazo

El fenómeno fundamental surge al intentar predecir el tamaño de la población a largo plazo. En este caso modelos muy parecidos dan resultados totalmente distintos. Así, un modelo sigue teniendo esencialmente la misma forma, pero otro se transforma en un verdadero mar de crestas y valles. Cualquier error en la medida del valor actual de la población puede conducir a un valor futuro completamente falso jaunque el error haya sido muy pequeño! Pero ninguna medida física puede ser perfecta, precisamente esto es lo que nos impide hacer predicciones sobre el futuro lejano.

Victoria Fonseca es física y Pedro Veerman es matemático.

La implicación filosófica es, incluso si fuera cierto que se conocieran todas las leyes matemáticas que rigen el mundo, que aquello no implica que todo sería predecible. El mundo es caótico en este sentido.

Hay una consecuencia más del estudio de sistemas dinámicos de la que todavía no hemos hablado. Ésta es que no podemos entender la naturaleza solamente con entender sus componentes (partículas o fuerzas) elementales. La síntesis debe ser parte integral de nuestro pensamiento. La complejidad de que hemos hablado no se deja descomponer en trozos simples o elementales, sino que es un fenómeno intrínseco de la naturaleza.

En un artículo reciente en la revista *Investigación y Ciencia* los físicos Crutchfield, Farmer, Packard y Shaw sugirieron que el crecimiento de errores, o caos, puede ser un elemento esencial de la naturaleza. En los modelos matemáticos, pequeñas diferencias en las condiciones iniciales causan grandes diferencias al cabo de un cierto tiempo. Es un mecanismo que actúa como amplificador de diferencias iniciales.

Visto de esa manera, el caos quizá nos aporte una clave para explicar la inmensa variedad de organismos biológicos que existen al cabo de una larga evolución. Más ambiciosa aún es la sugerencia de los mismos autores de que posiblemente algunos procesos mentales se basan en un sistema caótico que amplifica fluctuaciones pequeñas en el cerebro hasta que éstas se convierten en estados coherentes de la mente.

Estos estados pueden ser decisiones, pensamientos creativos, sentimientos o recuerdos que surgen sin una causa aparente. Luego puede ser que el caos sea un modelo de la voluntad libre en un mundo, gobernado, sin embargo, por leyes determinísticas.



El tráfico en horas punta o en el fin de semana es uno de los campos de aplicación de los sistemas dinámicos.

A. GABRIEL